

Игры 2

Примеры. 1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9 . В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Ладья стоит на поле $a1$ шахматной доски. Разрешается за ход сдвинуть её вправо или вверх. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?

3. Та же задача, но тот, кому некуда ходить, выигрывает.

1. На доске написано число 1. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 4 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 100. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Ферзь стоит на поле $c1$. За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали "вправо-вверх". Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле $h8$.

3. В коробке лежит 300 спичек. За ход разрешается взять из коробка не более половины имеющихся в нем спичек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Имеются две кучки конфет: в одной - 20, в другой - 21. За ход нужно съесть одну из кучек, а вторую разделить на две не обязательно равных кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

5. Есть ряд из 24 луночек. В трёх из них лежит по шарик. Игроки по очереди делают ход: берут один из крайних шариков и перекладывают в свободную луночку между двумя другими. Тот, кто не может сделать ход, считается проигравшим. Кто победит при правильной игре? (а) Шарик лежат в 3, 11, 20. (б) Шарик лежат в 3, 12, 23.

6. Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число $2a$, либо число $a + 1$, если на доске уже написано число a . При этом запрещается выписывать числа, которые уже написаны на доске. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Часовая стрелка установлена на 12 часах. Двое по очереди двигают ее на 2 или 3 часа вперед. Выигрывает тот, кто первым поставит стрелку снова на 12 часов. Через 12 часов можно «перепрыгивать». Для каждого начального положения стрелки (и конечного положения на 12 часах) определите, кто выигрывает при правильной игре.

8. Имеется три кучи камней: 1, 3, 5. За один ход разрешается взять любое (ненулевое) количество камней, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто взял последний камень.

9. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в пять раз. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 67$.

а) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

б) Найдите все таких значения S , при которых Петя гарантировано выигрывает не позднее своего второго хода.

в) Найдите все таких значения S , при которых Ваня гарантировано выигрывает не позднее своего второго хода.

Дополнительные задачи

10. Есть длинный ряд луночек. В трёх из них лежит по шарiku. Игроки по очереди делают ход: берут один из крайних шариков и перекладывают в свободную луночку между двумя другими. Тот, кто не может сделать ход, считается проигравшим. Кто – начинающий игру или ходящий вторым – победит при правильной игре? Между крайними шариками и средним имеется N и K пустых луночек.

11. Петя и Вася играют в игру. Изначально на столе лежит кучка из N конфет. Петя делит ее на три непустые кучки, а Вася две из них съедает. Затем Вася делит остатки на три непустые кучки, а Петя две из них съедает, и так далее. Кто не может сделать ход, проигрывает. При каких N при правильной игре выигрывает первый игрок, а при каких – второй?

Игры 2

Примеры. 1. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9 . В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Ладья стоит на поле $a1$ шахматной доски. Разрешается за ход сдвинуть её вправо или вверх. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Кто из игроков выигрывает при правильной игре?

3. Та же задача, но тот, кому некуда ходить, выигрывает.

1. На доске написано число 1. Два игрока по очереди прибавляют любое число от 1 до 4 к числу на доске и записывают вместо него сумму. Выигрывает игрок, который первый запишет на доске число 100. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Ферзь стоит на поле $c1$. За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали "вправо-вверх". Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле $h8$.

3. В коробке лежит 300 спичек. За ход разрешается взять из коробка не более половины имеющихся в нем спичек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Имеются две кучки конфет: в одной - 20, в другой - 21. За ход нужно съесть одну из кучек, а вторую разделить на две не обязательно равных кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

5. Есть ряд из 24 луночек. В трёх из них лежит по шарик. Игроки по очереди делают ход: берут один из крайних шариков и перекаладывают в свободную луночку между двумя другими. Тот, кто не может сделать ход, считается проигравшим. Кто победит при правильной игре? (а) Шарик лежат в 3, 11, 20. (б) Шарик лежат в 3, 12, 23.

6. Двое по очереди выписывают на доску натуральные числа от 1 до 1000. Первым ходом первый игрок выписывает на доску число 1. Затем очередным ходом на доску можно выписать либо число $2a$, либо число $a + 1$, если на доске уже написано число a . При этом запрещается выписывать числа, которые уже написаны на доске. Выигрывает тот, кто выпишет на доску число 1000. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Часовая стрелка установлена на 12 часах. Двое по очереди двигают ее на 2 или 3 часа вперед. Выигрывает тот, кто первым поставит стрелку снова на 12 часов. Через 12 часов можно «перепрыгивать». Для каждого начального положения стрелки (и конечного положения на 12 часах) определите, кто выигрывает при правильной игре.

8. Имеется три кучи камней: 1, 3, 5. За один ход разрешается взять любое (ненулевое) количество камней, но только из одной кучки. Проигрывает тот, кто взял последний камень.

9. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

добавить в кучу один или четыре камня либо увеличить количество камней в куче в пять раз. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 67$.

а) Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение S , когда такая ситуация возможна.

б) Найдите все таких значения S , при которых Петя гарантировано выигрывает не позднее своего второго хода.

в) Найдите все таких значения S , при которых Ваня гарантировано выигрывает не позднее своего второго хода.

Дополнительные задачи

10. Есть длинный ряд луночек. В трёх из них лежит по шарiku. Игроки по очереди делают ход: берут один из крайних шариков и перекладывают в свободную луночку между двумя другими. Тот, кто не может сделать ход, считается проигравшим. Кто – начинающий игру или ходящий вторым – победит при правильной игре? Между крайними шариками и средним имеется N и K пустых луночек.

11. Петя и Вася играют в игру. Изначально на столе лежит кучка из N конфет. Петя делит ее на три непустые кучки, а Вася две из них съедает. Затем Вася делит остатки на три непустые кучки, а Петя две из них съедает, и так далее. Кто не может сделать ход, проигрывает. При каких N при правильной игре выигрывает первый игрок, а при каких – второй?